

Příklady z logiky – 2

1. Mějme A výrokovou formuli tvaru $D \& \bigwedge_i (B_i \vee p) \& \bigwedge_j (C_j \vee \neg p)$ pro $i = 1, 2, \dots, n$ a $j = 1, 2, \dots, m$, kde p je výrokový atom nevyskytující se ve formulích D, B_i, C_j . Utvořme z A následující formuli A' : $D \& \bigwedge_{i,j} (B_i \vee C_j)$.

Rozhodněte, zda platí:

- Je-li v pravdivostní ohodnocení, které splňuje A' , pak v splňuje všechny formule B_i nebo všechny formule C_j .
 - A je splnitelná, právě když A' je splnitelná.
 - A a A' jsou ekvivalentní.
2. Převeďte na CNF a DNF. A, B, C, D považujte za atomické formule.

$$A \leftrightarrow (B \vee C)$$

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \vee D$$

$$(\neg B \rightarrow A) \rightarrow (\neg A \rightarrow B)$$

$$((\neg A \rightarrow B) \& C) \rightarrow (C \rightarrow \neg(A \vee B))$$

$$(A \rightarrow \neg C) \rightarrow (((A \& B) \vee \neg C) \rightarrow (C \rightarrow A))$$

$$((A \rightarrow B) \rightarrow C) \leftrightarrow \neg B$$

$$(A \rightarrow B) \& (\neg B \vee \neg C) \vee (A \rightarrow C)$$

$$((A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee D)) \vee (C \leftrightarrow (A \& D))$$

$$A \rightarrow (B \rightarrow (C \rightarrow (A \& B \& C)))$$

$$((A \vee B) \rightarrow (A \& B))$$

$$(((A \rightarrow B) \rightarrow B) \rightarrow A)$$

$$(\neg(A \vee \neg A) \rightarrow (A \vee \neg A))$$

$$A \rightarrow \neg(A \rightarrow \neg A)$$

$$(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$$

$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow C$$

$$(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (B \rightarrow C))$$

- Ukažte, že formule A v CNF je tautologie, právě když každá její složka obsahuje dva opačné literály (tj. nějaký atom a jeho negaci).
- Ukažte, že formula A v DNF je splnitelná, právě když alespoň jedna její složka neobsahuje dva opačné literály.