

# Seminář UI

## SAT Competition 2013 a multi-robotické plánování cest

Pavel Surynek

Matematicko-fyzikální fakulta  
Univerzita Karlova v Praze



# Multi-robotické plánování cest

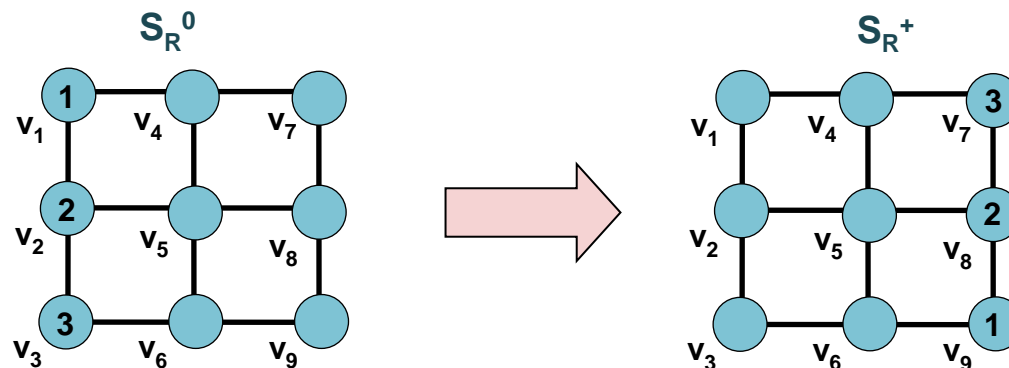
- **Mobilní roboty – všechny stejné, rozlišitelné**
  - počáteční pozice, cílové pozice
  - vyhnout se kolizím a překážkám
- **Prostředí - neorientovaný graf**
  - **Vrcholy** – pozice
  - **Hrany** – možnost pohybu na přilehlou pozici
- **MRPP formálně:**
  - Čtveřice  $\Pi = (G, R, S_R^0, S_R^+)$ , kde:
    - $G=(V,E)$  je neorientovaný **graf**,
    - $R = \{r_1, r_2, \dots, r_\mu\}$ , kde  $\mu < |V|$  je **množina robotů**,
    - $S_R^0: R \rightarrow V$  prostá funkce určující **počáteční rozložení** robotů a
    - $S_R^+: R \rightarrow V$  je prostá funkce určující **cílové rozložení** robotů.

# Pravidla a příklad

- **Pravidla**

- pohyb vždy do **volného** sousedního vrcholu
- žádné dva roboty do **stejného** vrcholu současně

- $\Pi = (G, R, S_R^0, S_R^+)$



Řešení problému plánování cest,  
kde  $R=\{1,2,3\}$

délka řešení=7

---

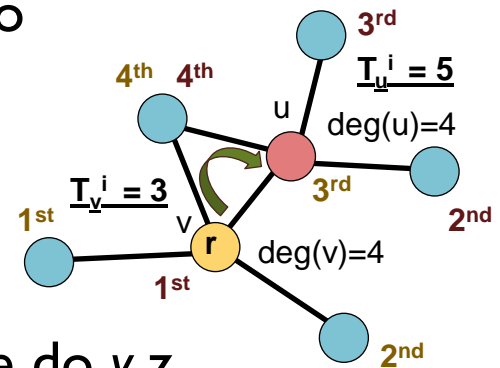
1 ... [ $v_1, v_4, v_7, v_8, v_9, v_9, v_9$ ]  
 2 ... [ $v_2, v_2, v_1, v_4, v_7, v_8, v_8$ ]  
 3 ... [ $v_3, v_3, v_3, v_2, v_1, v_4, v_7$ ]

---

Časový krok: 1 2 3 4 5 6 7

# Kódování MRPP jako IP

- Rozhodujeme zda existuje plán délky  $k$ 
  - kódujeme rozložení robotů v krocích  $1, 2, \dots, k$
  - krok  $1 \dots S_R^0$
  - krok  $k \dots S_R^+$
- Celočíselné proměnné modelující krok  $i$ 
  - $\mathbf{A}_v^i \in \{0, 1, 2, \dots, \mu\}$ 
    - $A_v^i = j$  když je robot  $r_j$  ve  $v$  v kroku  $i$  nebo
    - $A_v^i = 0$  je  $v$  prázdný v kroku  $i$
  - $\mathbf{T}_v^i \in \{0, 1, 2, \dots, 2\deg(v)\}$ 
    - $0 < T_v^i \leq \deg(v)$  když robot opouští  $v$  do  $(T_v^i)$ -tého souseda
    - $\deg(v) \leq T_v^i \leq 2\deg(v)$  když robot vstupuje do  $v$  z  $((T_v^i) - \deg(v))$ -tého souseda
    - $T_v^i = 0$  když ve  $v$  nenastává žádná akce
- Navíc podmínky pro návaznost kroků



# Kódování MRPP jako SAT

- Celočíselné proměnné (konečná doména)
  - nahradit bitovými vektory
  - například pro  $\mathbf{A}_v^i \in \{0, 1, 2, \dots, \mu\}$ 
    - zavedeme  $\lceil \log_2(\mu + 1) \rceil$  výrokových proměnných
    - přebytečné stavy zakážeme
  - $\Rightarrow$  **kompaktní reprezentace**

R  4-spojená mřížka 8×8	Kroky	SATPLAN kódování		SASE kódování		INVERSE kódování	
		Proměnné	Klauzule	Proměnné	Klauzule	Proměnné	Klauzule
4	8	5.864	55.330	11.386	53.143	<b>5.400</b>	<b>38.800</b>
8	8	10.022	165.660	19.097	105.724	<b>5.920</b>	<b>48.224</b>
12	8	14.471	356.410	26.857	168.875	<b>5.920</b>	<b>46.176</b>
16	10	30.157	1.169.198	51.662	372.140	<b>8.122</b>	<b>76.192</b>
24	10	43.451	2.473.813	73.101	588.886	<b>8.122</b>	<b>71.072</b>
32	14	99.398	8.530.312	157.083	1.385.010	<b>12.396</b>	<b>137.120</b>

- $\Rightarrow$  **těžká na vyřešení**  $\Rightarrow$  SAT Competition 2013