

# Voting theory

Peter Hrinčár

Alebo

# **Kolektívne rozhodovanie v multiagentových systémoch**

**Peter Hrinčár**

# Obsah

- Motivácia
  - Kolektívne rozhodovanie
  - Štúdium problému
- Teória voľby
  - postup hlasovania
  - volebné systémy
  - požadované vlastnosti
- Kompaktná reprezentácia preferencií
- Slabé obmedzujúce podmienky
- Sekvenčný postup hlasovania
- Výsledky

# Motivácia



# Motivácia



# Aplikácie

- **web recommender systems**
- **human computation**
- **počítačové hry s kooperáciou A.I.**
- **...**

# Kolektívne rozhodovanie

Viac jednotlivcov (agentov) vyjadruje svoje preferencie k spoločnej sade možností. Tieto informácie chceme spojiť do výsledného kolektívneho rozhodnutia.



# Kolektívne rozhodovanie

Môžeme uvažovať rôzne typy **preferencií**:

- úplne/čiastočne usporiadanie
- obmedzujúce podmienky, CP-Networks
- s alebo bez neistoty

A metódy **spojenia** týchto informácií:

- Multikriteriálne rozhodovanie, teda rozhodujeme sa na základe viacerých kritérií
- **Hlasovanie, voľby**

# Štúdium

**Teória spoločenskej voľby**  
**SOCIAL CHOICE THEORY**

**Počítačová veda**  
**COMPUTER SCIENCE**

**Computational Social Choice**

# Štúdium

## **Teória spoločenskej voľby**

Zaoberá sa návrhmi a analýzou metód kolektívneho rozhodovania, volebnými systémami, spravodlivosťou hlasovania, ...

# Štúdium

## **Computational Social Choice**

Rýchlo rastúca disciplína na rozhraní teórie spoločenskej voľby a informatiky.

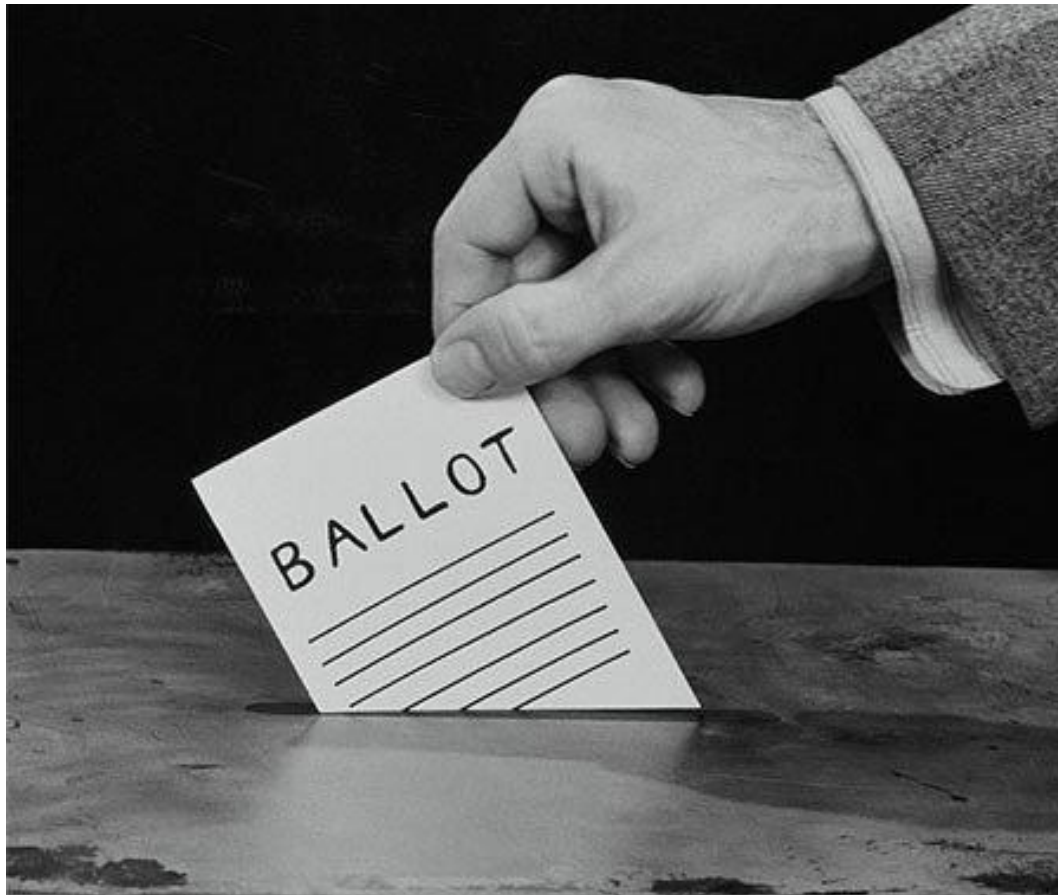
Analyzuje zložitosť, skúma algoritmy a hlasovacie protokoly, ...

# Štúdium

## Computational Social Choice

Známe metódy získané z teórie spoločenskej voľby však nemusia byť vždy použiteľné. Napríklad keď ide o netriviálne kombinatorické problémy. V týchto typoch problémov sa využijú techniky vyvinuté v odbore umelej inteligencii a logiky.

# Teória voľby



# Teória voľby

Hlasovanie je jedným z najpopulárnejších spôsobov dosiahnutia spoločného rozhodnutia.

Preskúmaná oblasť, rôzne metódy, avšak niekedy opomínané výpočetné problémy.

# Teória voľby

- Hlasovacie postupy
- Volebné systémy
- Výber teoretických vlastností
- Zložitosť určenia víťaza



# Postup hlasovania

**n voličov** (jednotlivci, agenti, hráči)  
**m kandidátov** (alebo alternatív)

**cieľ:** kolektívna voľba medzi kandidátmi

# Postup hlasovania

Každý z voličov hlasuje

rôzne možnosti hlasovacích lístkov, jeden kandidát,  
poradie, ...

Vznikne **profil**, sada hlasovacích lístkov.

# Postup hlasovania

## Procedúra definuje

- platné hlasovacie lístky
- ako sú agregované

# Postup hlasovania

## Výsledok postupu

- jeden víťaz
- skupina víťazov
- usporiadanie skupiny kandidátov  
(Social welfare functions)

# Základné volebné systémy

## **Positional Scoring Rules, e.g.:**

- ⌘ Plurality
- ⌘ Borda
- ⌘ Veto
- ⌘ k-approval

Plurality with Runoff

Single Transferable Vote (STV)

Approval Voting

## **Condorcet-consistent methods based on the simple majority graph, e.g.:**

- ⌘ Cup Rule/Voting Trees
- ⌘ Copeland
- ⌘ Banks
- ⌘ Slater
- ⌘ Schwartz,
- ⌘ Condorcet rule

## **Condorcet-consistent methods based on the weighted majority graph, e.g:**

Maximin/Simpson

Kemeny

Ranked Pairs/Tideman

## **Condorcet-consistent methods requiring full ballot information, e.g.:**

Bucklin

Dodgson

Young

## **Majoritarian Judgment; Cumulative Voting; Range Voting**

# Relatívny väčšinový systém (Plurality)

Hlasovací lístok:

1 alternatíva

Výsledok:

vít'az/i s najväčším počtom hlasov

# Relatívny väčšinový systém (Plurality)

- Najpoužívanejší postup hlasovania
- Pre dve alternatívy najlepšie možné riešenie
- Informácia o ostatných preferenciách je ignorovaná
- Nabáda voličov nehlasovať za svojho kandidáta, ak má malú šancu vyhrať



# Absolútny väčšinový systém (Plurality with runoff)

Väčšinový volebný systém s potrebnou absolútnou väčšinou hlasov.

Ak žiaden z kandidátov nezíska požadovaný počet hlasov, koná sa druhé kolo s dvoma kandidátmi, ktorí získali v prvom kole najviac hlasov.

# Absolútny väčšinový systém (Plurality with runoff)

- Používa sa pri voľbe prezidenta na Slovensku, vo Francúzsku, ...
- Zbiera ďalšie informácie od voličov, druhý najlepší dostane ďalšiu šancu
- Niekedy je lepšie sa v prvom kole zdržať hlasovania za svojho obľúbeného kandidáta

# Absolútny väčšinový systém (Plurality with runoff)



**Voľby 2004**

## Prvé kolo

Vladimír Mečiar	32,73 %
Ivan Gašparovič	22,28 %
Eduard Kukan	22,09 %

# Absolútny väčšinový systém (Plurality with runoff)



## Voľby 2004

### Prvé kolo

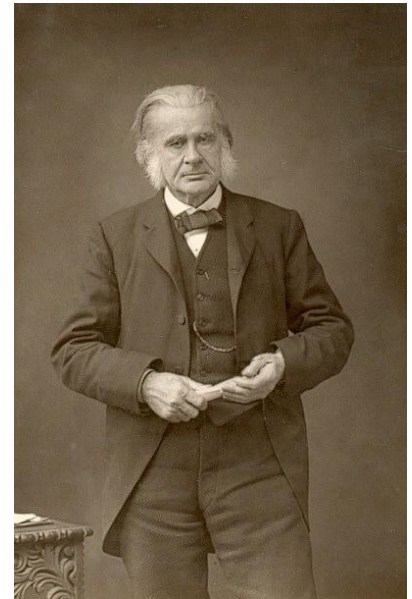
Vladimír Mečiar	32,73 %
Ivan Gašparovič	22,28 %
Eduard Kukan	22,09 %

### Druhé kolo

Ivan Gašparovič	59,91 %
Vladimír Mečiar	40,08 %

# Borda

- Každý volič určí poradie  $m$  kandidátov
- $i$ -ty v poradí získava  $m-i$  bodov
  - kandidát na prvom mieste  $m-1$  bodov
  - kandidát na druhom mieste  $m-2$  bodov
  - ...
- Kandidát s najväčším súčtom bodov vyhráva
  
- Navrhol Jean-Charles de Borda



# Positional scoring rule

- zovšeobecnená Borda
- volič určí poradie kandidátov
- pričom je daný bodovací vektor  
 $s \langle s_1, s_2, \dots, s_m \rangle$
- kandidát s najväčším súčtom vyhráva

# Positional scoring rule

## Príklady:

Plurality:  $\langle 1, 0, \dots, 0 \rangle$

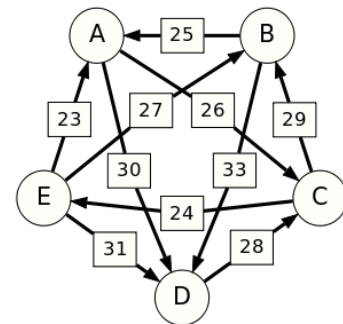
Veto:  $\langle 1, 1, \dots, 1, 0 \rangle$

K-approval  $\langle 1, 1, \dots, 1, 0, 0, \dots, 0 \rangle$   
K

Borda:  $\langle m-1, m-2, \dots, 1, 0 \rangle$

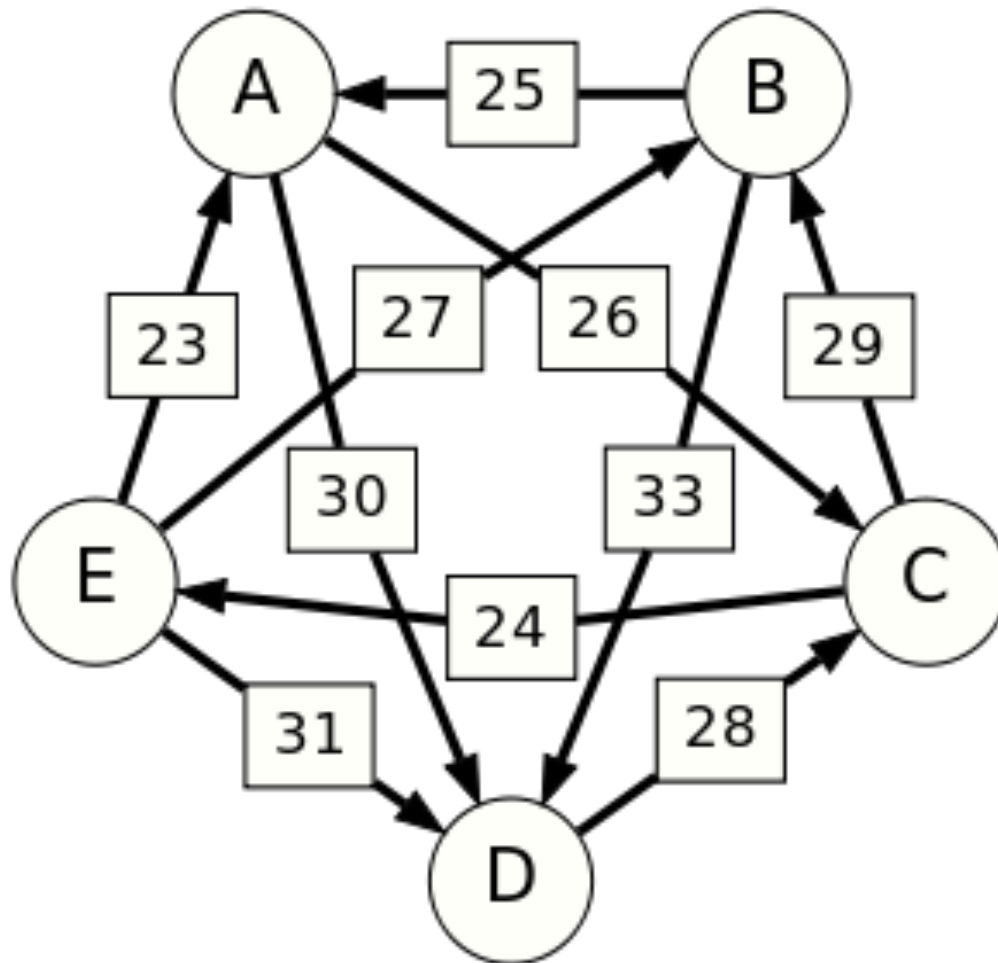
# Väčšinový graf (Majority graph)

- Hlasuje sa kompletne poradie kandidátov
- Jeden uzol pre každého kandidáta
- Hrana medzi  $A \rightarrow B$ , ak väčšina voličov preferuje A pred B
- Vo všeobecnosti nemusí byť tranzitívny
- Hrany môžu mať váhu





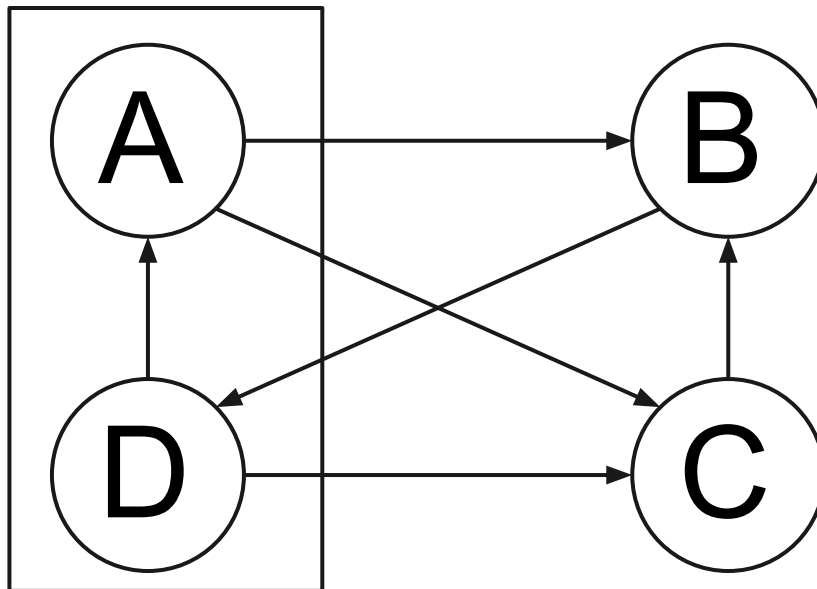
# Väčšinový graf



# Copeland

- víťazí kandidát, ktorý vyhráva v najväčšom počte párových súťaží proti ostatným kandidátom

najviac vychádzajúcich hrán v danom majoritnom grafe



## **Positional Scoring Rules, e.g.:**

- α Plurality
- α Borda
- α Veto
- α k-approval

Plurality with Runoff

Single Transferable Vote (STV)

Approval Voting

## **Condorcet-consistent methods based on the simple majority graph, e.g.:**

- α Cup Rule/Voting Trees
- α Copeland
- α Banks
- α Slater
- α Schwartz,
- α Condorcet rule

## **Condorcet-consistent methods based on the weighted majority graph, e.g:**

Maximin/Simpson

Kemeny

Ranked Pairs/Tideman

## **Condorcet-consistent methods requiring full ballot information, e.g.:**

Bucklin

Dodgson

Young

## **Majoritarian Judgment; Cumulative Voting; Range Voting**

# Požadované vlastnosti

Aký systém použiť?

Definujeme určité požadované vlastnosti.

Pokúsime sa nájsť ten, ktorý ich bude spĺňať, alebo aspoň niektoré z nich.

# Požadované vlastnosti

Anonymity and Neutrality

Participation

Non-imposition

Dictatorship

Unanimity and Pareto Condition

Independence of Irrelevant Alternatives

Monotonicity

Manipulation and strategy-proofness

# Anonymita a neutralita

## **Anonymné**

ak sa s voličmi zaobchádza symetricky, teda ak si dvaja voliči vymenia hlasovací lístok, víťaz sa nemení

## **Neutrálne**

ak sa s kandidátmi zaobchádza rovnocenne

# Účasť (Participation)

Hlasovanie nejakého voliča vedie k rovnakému alebo lepšiemu výsledku pre daného voliča.

Žiadny podnet, aby sa volič zdržal hlasovania.

Dvojkolový systém nie je participatívny.

# Diktatúra

Postup je **diktátorský**, ak existuje volič (diktátor), pre ktorého víťaz bude vždy na prvom mieste v jeho hlasovacom lístku.

Každý anonymný postup je **ne-diktátorský**.



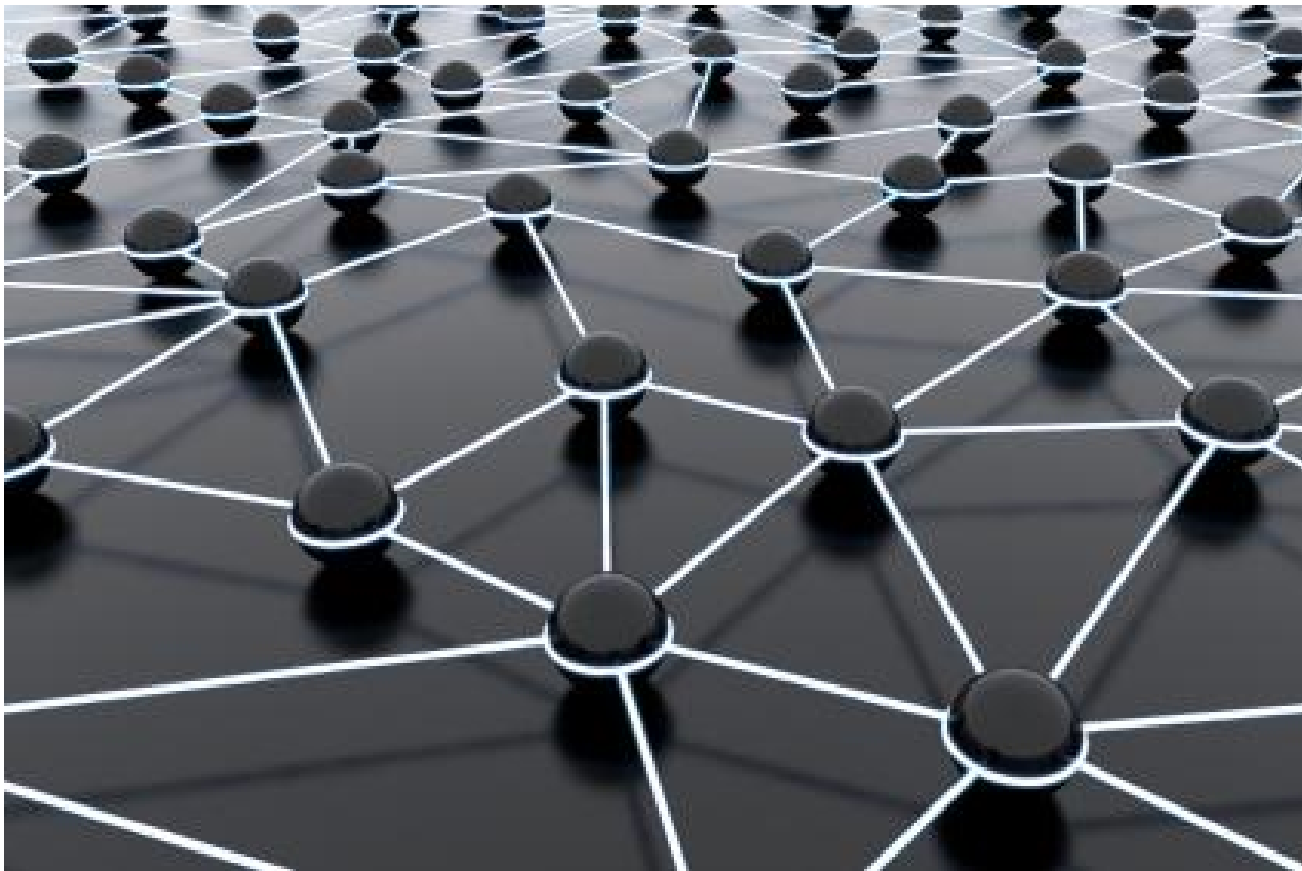
# Independence of Irrelevant Alternatives (IIA)

Nezávislé na irelevantnej alternatíve je vtedy, ak kedykoľvek kandidát **x** je víťaz a **y** nie a **relatívne poradie** **x** a **y** sa v profile **nezmení**, potom **y** **nemôže** byť víťaz.

# Manipulácia a odolnosť voči stratégiám

Žiaden z voličov nezíska viac, ak bude klamať  
o svojom poradí preferencii.

# Sekvenčné hlasovanie v multiagentových systémoch



# Kombinatorická štruktúra pre skupinu rozhodnutí

Príklad:

- skupina kamarátov sa chce dohodnúť, čo uvariť na večeru
- večera má štyri chody
- každý chod 5 možností  $5^4 = 625$

Vo všeobecnosti to znamená, že každý kandidát je prvkom kartézskeho súčinu domén niekoľkých premenných.

# Kombinatorická štruktúra pre skupinu rozhodnutí

Vo všeobecnosti to znamená, že každý kandidát je prvkom kartézskeho súčinu domén niekoľkých premenných.

Potrebujeme kompaktnú reprezentáciu preferencií.

# Kombinatorická štruktúra pre skupinu rozhodnutí

Vo všeobecnosti to znamená, že každý kandidát je prvkom kartézskeho súčinu domén niekoľkých premenných.

Potrebuje kompaktnú reprezentáciu preferencií.

- **slabé obmedzujúce podmienky ( soft constraints)**

# Situácia

- Agenti vyjadrujú svoje preferencie prostredníctvom slabých obmedzujúcich podmienok
- spoločné premenné a ich domény pre všetkých agentov, rôzne obmedzenia
- profil
  - explicitný - zoradenie preferencií
  - implicitný - kompaktná reprezentácia preferencií
- Cieľ: kompletne priradenie premenných
  - rozhodnutie = riešenie problému, splňovanie podmienok
  - prostredníctvom hlasovacieho pravidla

# Ako zvolit' riešenie?

jedno krokový prístup

- z implicitného profilu vyrátať explicitný a aplikovať hlasovacie pravidlo
- Problémy
  - explicitný profil potrebuje exponenciálny priestor
  - časovo náročné pre všeobecné obmedzujúce podmienky
- Navrhované riešenie, sekvenčný prístup

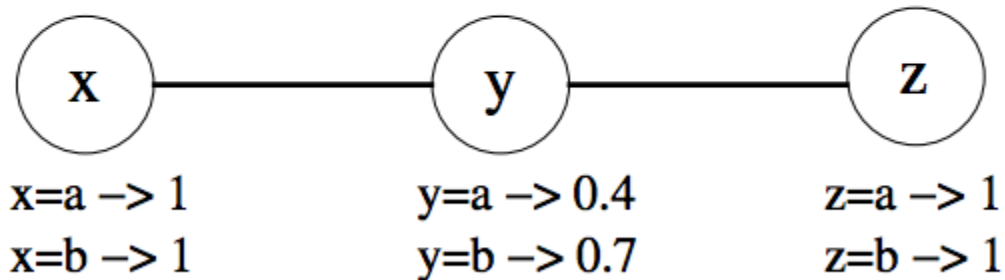


# Implicitný profil

- slabé obmedzujúce podmienky  $P_1, \dots, P_m$   
(bez obmedzení)
  - premenné  $v_1, \dots, v_n$
  - domény  $D_1, \dots, D_n$
  - $m$  agentov

# Slabé obmedzujúce podmienky

$(x=a, y=a) \rightarrow 0.9$	$(y=a, z=a) \rightarrow 0.9$
$(x=a, y=b) \rightarrow 0.8$	$(y=a, z=b) \rightarrow 0.2$
$(x=b, y=a) \rightarrow 0.7$	$(y=b, z=a) \rightarrow 0.2$
$(x=b, y=b) \rightarrow 0.6$	$(y=b, z=b) \rightarrow 0.5$



# Slabé obmedzujúce podmienky

- Classical CSP corresponds to the c-semiring  $\langle \{\text{false}, \text{true}\}, \text{and}, \text{or}, \text{false}, \text{true} \rangle$ ;
- Fuzzy CSP corresponds to the semiring  $\langle [0, \dots, 1], \text{max}, \text{min}, 0, 1 \rangle$ ;
- Probabilistic CSP corresponds to the semiring  $\langle [0, \dots, 1], \text{max}, *, 0, 1 \rangle$ ;
- Weighted CSP corresponds to the semiring  $\langle \mathbb{R}^+, \text{min}, +, +\text{inf}, 0 \rangle$ .

# Implicitný profil

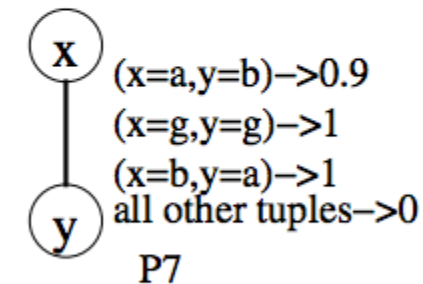
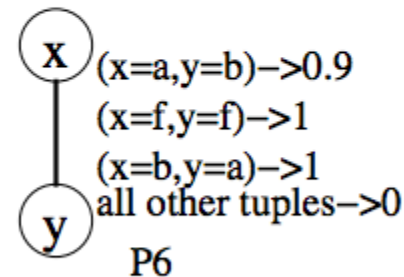
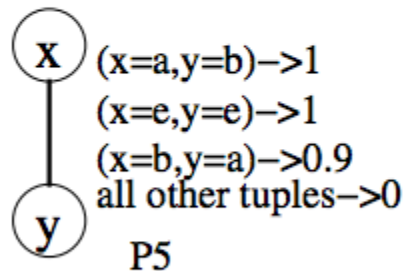
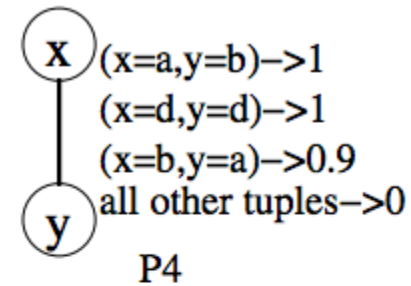
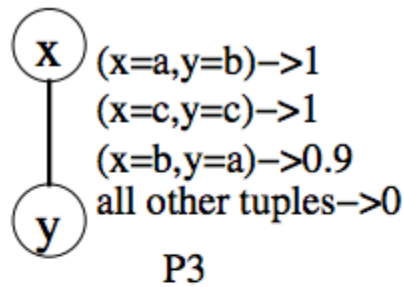
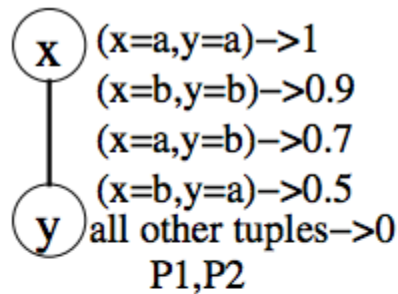


Figure 1: A fuzzy profile.

# Sekvenčná hlasovacia procedúra

- Dané
  - implicitný profil (slabé obmedzenia agentov)
  - usporiadanie premenných
  - hlasovacie pravidlá pre každé kolo  $r_1, \dots, r_n$
- For  $i=1, \dots, n$ :
  - For each  $j=1, \dots, m$ , **ask agent  $j$  for its preference ordering over  $D_i$** , say  $po_j$
  - **Apply voting rule  $r_i$**  to profile  $(po_1, \dots, po_m)$ , obtaining  $d_i$
  - For each  $j=1, \dots, m$ , **add constraint  $v_j=d_i$**
- Return  $d_1, \dots, d_n$ 
  - A solution for the soft CSP

# Vlastnosti

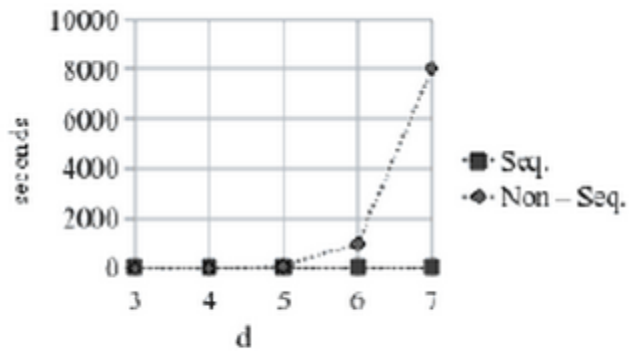
	Local to sequential	Sequential to local
<b>Condorcet consistency</b>	no	yes
<b>Anonymity</b>	yes	yes
<b>Neutrality</b>	no	yes
<b>Consistency</b>	yes	yes
<b>Participation</b>	no	yes
<b>Efficiency</b>	yes if single most preferred option for all agents	yes
<b>Monotonicity</b>	yes	yes
<b>IIA</b>	no	yes
<b>Non-dictatorship</b>	yes	yes
<b>Strategy-proofness</b>	no	yes

# Výsledky experimentov

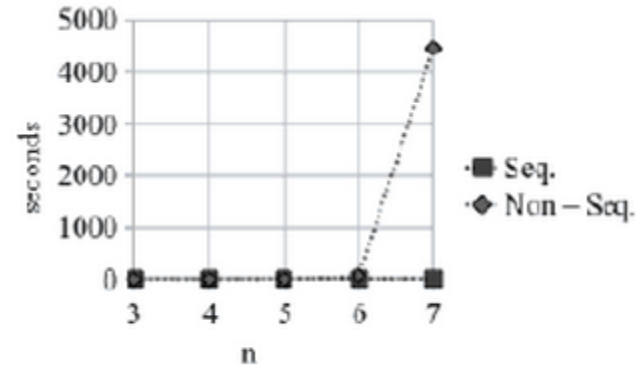
## Pozorovanie:

- V určitých prípadoch sa sekvenčný prístup správa podobne ako jednokrokový
- Nezávisí na usporiadaní premenných

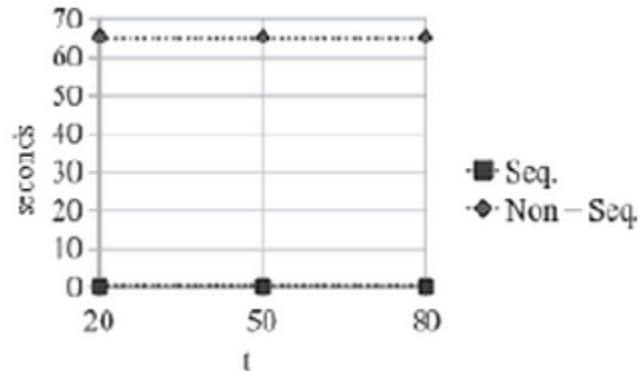
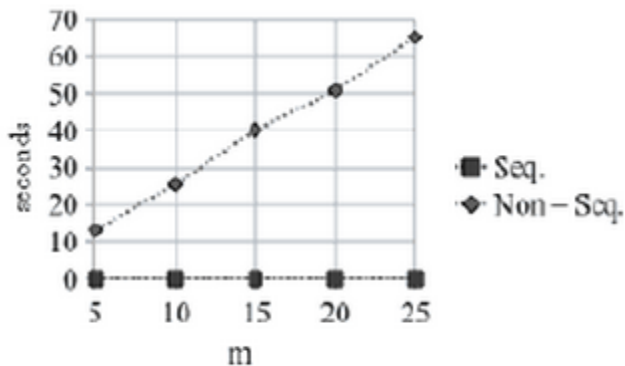
# Výsledky experimentov



(a)



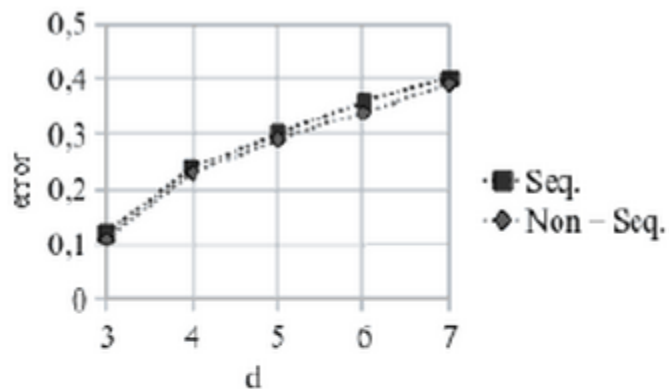
(b)



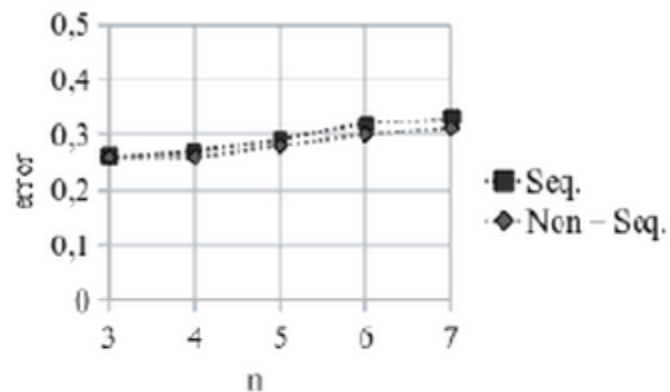
- Sequential rule much faster (no need to compute the explicit profile)



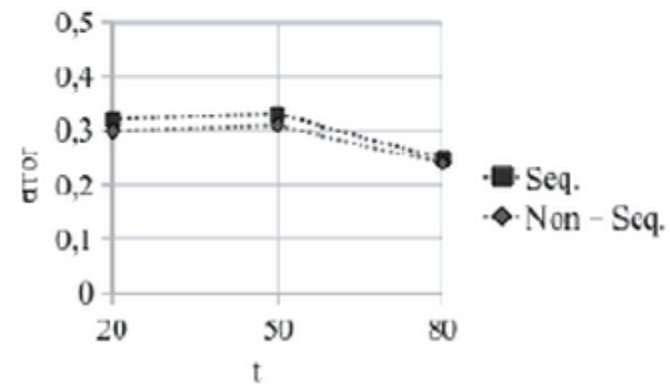
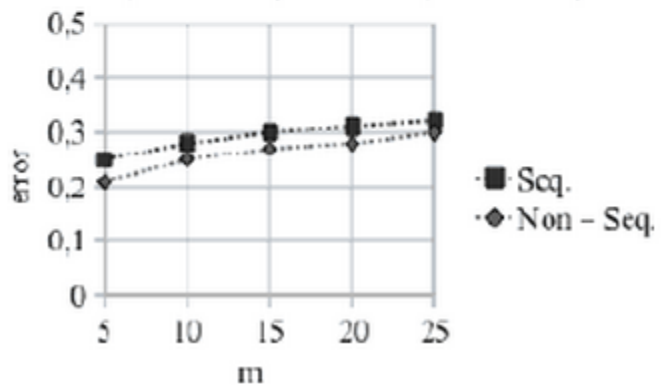
# Výsledky experimentov



(a)



(b)



# **Otázky a odpověde**

**Ďakujem za pozornosť**

# Zdroje

PREFERENCE REASONING AND AGGREGATION PART  
2 - Francesca Rossi, University of Padova, Italy K. Brent  
Venable, Tulane University and IHMC, USA Toby Walsh,  
NICTA and UNSW, Australia

Computational Social Choice

Giorgio Dalla Pozza, Maria Silvia Pini, Francesca Rossi,  
Kristen Brent Venable: Multi-Agent Soft Constraint  
Aggregation via Sequential Voting. IJCAI 2011: 172-177